Eletromagnetismo I
Lista de Problemas 2.1

Departamento de Física de Ji-Paraná
Universidade Federal de Rondônia
Prof. Marco Polo

Questão 01

Segundo a mecânica quântica, a nuvem de elétrons de um átomo de hidrogênio no estado fundamental tem uma densidade de carga

$$\rho(r) = \frac{q}{\pi a^3} e^{-2r/a},$$

onde q é a carga do elétron e a é o raio de Bohr. Encontre a polarizabilidade atômica desse átomo. [Dica: primeiro calcule o campo elétrico da nuvem de elétrons, $E_e(r)$; depois expanda o potencial assumindo que $r \ll a$. Para uma abordagem mais sofisticada, consulte o paper W. A. Bowers, *Am. J. Phys.* **54**, 347 (1986).]

Questão 02

Mostre que a energia de um dipolo ideal $\mathbf{p}$ em um campo elétrico $\mathbf{E}$ é dada por

$$U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$$

Questão 03

Uma esfera de raio R tem uma polarização

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}) = k\mathbf{r},$$

onde k é uma constante e $\mathbf{r}$ é o vetor a partir do centro.

(a) Calcule as cargas de polarização σ_p e ρ_p.

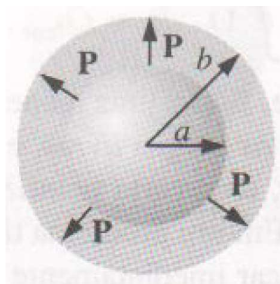
(b) Encontre o campo dentro e fora da esfera.

Questão 04

Uma casca esférica grossa (raio interno a, raio externo b) é feita de material dielétrico, com polarização "congelada"

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}) = \frac{k}{r}\hat{\mathbf{r}},$$

onde k é uma constante e r é a distância a partir do centro (veja a figura). Não existe carga livre no problema. Encontre o campo elétrico nas três regiões por dois métodos diferentes:



(a) Localize toda a carga de polarização e use a lei de Gauss (Eq. 2.13 do Griffths) para calcular o campo que ela produz.

(b) Use a Eq. 4.23 do Griffths para encontrar $\mathbf{D}$, e depois obtenha $\mathbf{E}$ com a Eq. 4.21. Observe que o segundo método é muito mais rápido e evita qualquer referência explícita às cargas de polarização.

Questão 05

Encontre o campo dentro de uma esfera de material dielétrico linear em um campo $\mathbf{E}_0$ que inicialmente é uniforme (ex. 4.7 do Griffths) pelo seguinte método de aproximações sucessivas: primeiro faça de conta que o campo interno é apenas $\mathbf{E}_0$, e use a Eq. 4.30 para escrever a polarização resultante $\mathbf{P}_0$. Esta polarização gera um campo próprio, $\mathbf{E}_1$, (ex. 4.2), que por sua vez modifica a eq. 4.30 para escrever a polarização resultante $\mathbf{P}_1$, a qual altera ainda mais o campo por uma quantidade $\mathbf{E}_2$, e assim por diante. O campo resultante é $\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \cdots$. Some a série e compare sua resposta à eq. 4.49.

Questão 06

Uma esfera condutora sem carga, de raio a, é revestida com uma casca isolante espessa (constante dielétrica ϵ_r) até um raio b. Este objeto é agora colocado em um campo elétrico $\mathbf{E}_0$, que inicialmente é uniforme. Encontre o campo elétrico no isolante.

Questão 07

Um cilindro curto de raio a e comprimento L tem uma polarização uniforme "congelada" $\mathbf{P}$, paralela ao eixo. Encontre a carga de polarização e esboce o campo elétrico (i) para $L \gg a$, (ii) para $L \ll a$, e (iii) $L \approx a$. Este dispositivo é conhecido como barra de eletreto; é o análogo de uma barra magnética. Na prática, somente materiais muito especiais – titanato de bário é o exemplo mais "conhecido" – mantém uma polarização elétrica permanente. Por isso você não pode comprar eletretos em uma loja de brinquedos.

Respostas

Questão 1

$3\pi\epsilon_0 a^3$

Questão 3

(a) $\sigma_p = kR$, $\rho_p = -3k$ (b) dentro: $E = -kr/\epsilon_0$, fora: $E = 0$.

Questão 4

$r < a : E = 0 \quad a < r < b : E = -k/(r\epsilon_0) \quad r > b : E = 0$

Questão 5

Os campos são iguais.

Questão 6

$$E = \frac{3b^3 E_0}{\epsilon_r(b^3 + 2a^3) + 2(b^3 - a^3)} \left[\left(1 + 2\frac{a^3}{r^3}\right) \cos\theta \hat{\mathbf{r}} - \left(1 - \frac{a^3}{r^3}\right) \sin\theta \hat{\theta} \right]$$

Questão 7

$\rho_p = 0$ e $\sigma_p = \pm P$ nas tampas.]