



Eletromagnetismo II Lista de Problemas 2.2

Departamento de Física de Ji-Paraná
Universidade Federal de Rondônia
Prof. Marco Polo



Questão 01

Mostre que as equações diferenciais para V e $\mathbf{A}$

$$\nabla^2 V + \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \mathbf{A}) = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\left(\nabla^2 \mathbf{A} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} \right) - \nabla \left(\nabla \cdot \mathbf{A} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial V}{\partial t} \right) = -\mu_0 \mathbf{J}$$

podem ser escritas de forma mais simétrica como

$$\square^2 V + \frac{\partial L}{\partial t} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\square^2 \mathbf{A} - \nabla L = -\mu_0 \mathbf{J},$$

onde

$$\square^2 \equiv \nabla^2 - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

$$L \equiv \nabla \cdot \mathbf{A} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial V}{\partial t}$$

Questão 02

Suponha que $V = 0$ e $\mathbf{A} = A_0 \sin(kx - \omega t) \hat{\mathbf{y}}$, onde A_0 , ω e k são constantes. Encontre $\mathbf{E}$ e $\mathbf{B}$, e verifique se satisfazem as equações de Maxwell no vácuo. Que condição tem de ser imposta a ω e k ?

Questão 03

Encontre os campos e as distribuições de carga e de corrente correspondentes a

$$V(\mathbf{r}, t) = 0, \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qt}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

Questão 04

Quais dos potenciais dos problemas 02 e 03 estão no calibre de Coulomb? Quais estão no calibre de Lorentz? (Observe que esses calibres não são mutuamente excludentes).

Questão 05

(a) Suponha que por um fio reto infinito passa uma corrente que aumenta linearmente

$$i(t) = kt,$$

para $t > 0$. Encontre os campos elétrico e magnético gerados.

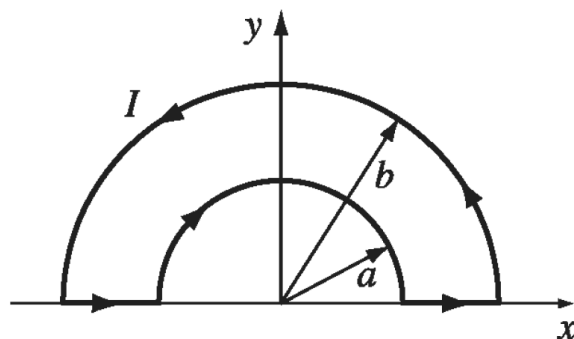
(b) Faça o mesmo para o caso de um pulso repentino de corrente:

$$i(t) = q_0 \delta(t).$$

Questão 06

Por um pedaço de fio dobrado na forma de espira, como mostra a figura, passa uma corrente que aumenta linearmente com o tempo:

$$i(t) = kt \quad (-\infty < t < \infty)$$



Calcule o potencial vetorial $\mathbf{A}$ no centro. Encontre o campo elétrico no centro. Por que esse fio (neutro) produz um campo *elétrico*? (Por que você não pode determinar o campo *magnético* a partir desta expressão para $\mathbf{A}$?)

Respostas

Questão 2

$$\mathbf{E} = A_0\omega \cos(kx - \omega t)\hat{\mathbf{y}}, \mathbf{B} = A_0k \cos(kx - \omega t)\hat{\mathbf{z}}, \omega/k = c$$

Questão 3

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}, \mathbf{B} = 0, \rho = q\delta^3(\mathbf{r}), \mathbf{J} = 0.$$

Questão 4

Os potenciais do problema 02 estão dos dois calibres; os potenciais do problema 03 não estão em nenhum desses calibres.

Questão 5

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \mathbf{E} &= -\frac{\mu_0 k}{2\pi} \ln\left(\frac{ct + \sqrt{(ct)^2 - s^2}}{s}\right) \hat{\mathbf{z}}, \mathbf{B} = \frac{\mu_0 k}{2\pi sc} \sqrt{(ct)^2 - s^2} \hat{\phi} \\ \text{(b)} \quad \mathbf{E} &= \frac{\mu_0 q_0 c^3 t}{2\pi(c^2 t^2 - s^2)^{3/2}} \hat{\mathbf{z}}, \mathbf{B} = -\frac{\mu_0 q_0 cs}{2\pi(c^2 t^2 - s^2)^{3/2}} \hat{\phi} \end{aligned}$$

Questão 6

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{2\pi} kt \ln(b/a) \hat{\mathbf{x}}, \mathbf{E} = -\frac{\mu_0}{2\pi} k \ln(b/a) \hat{\mathbf{x}}$$