

Mecânica Estatística I
Lista de Problemas 3.3
Prof. Marco Polo

Questão 01:

Considere um gás de bósons livres em duas dimensões, confinado em uma área A . Mostre que nesse caso não há condensação de Bose-Einstein.

Dica: Mostre que a temperatura de Bose-Einstein é nula.

Questão 02:

Considere um sistema de bósons ideais de spin nulo ($\gamma = 1$), dentro de um recipiente de volume V .

- (a) Mostre que a entropia acima da temperatura de condensação T_0 deve ser dada pela expressão

$$S = \frac{k_B V}{\lambda^3} \left[\frac{5}{2} g_{5/2}(z) - \frac{\mu}{k_B T} g_{3/2}(z) \right],$$

onde $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}}$ e $g_\alpha(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^\alpha}$.

- (b) Mostre que, abaixo de T_0 , a entropia do sistema é dada por

$$S = \frac{5k_B V}{2\lambda^3} g_{5/2}(1).$$

- (c) Mostre que, abaixo de T_0 , o calor específico a volume constante é dado por

$$c_V = \frac{15}{4} k_B \frac{N}{V \lambda^3} g_{5/2}(1).$$

Questão 03:

Considere um gás ideal de partículas bosônicas com graus internos de liberdade. Suponha que, além do estado fundamental com energia nula ($\epsilon_0 = 0$), somente seja necessário levar em conta o primeiro estado excitado interno, com energia $\epsilon_1 > 0$. Determine a temperatura de condensação de Bose-Einstein desse gás em função de ϵ_1 .

Resp: T_0 é a solução da equação transcendental

$$\frac{N}{V} = \frac{(2\pi mk_B T_0)^{3/2}}{h^3} [g_{3/2}(1) + g_{3/2}(e^{-\epsilon_1/k_B T_0})].$$

Questão 04:

Considere um gás de bósons não-interagentes cujo espectro de energia é dado pela expressão

$$\epsilon = \hbar c \left| \vec{k} \right|,$$

onde \hbar e c são constantes e \vec{k} é um vetor de onda. Calcule a pressão exercida pelo gás quando o potencial químico for nulo.

Dica: $\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$.

Resp: $p = \frac{\gamma \pi^2 (k_B T)^4}{90 (\hbar c)^3}$.